

Ressources disciplinaires de formation des enseignants

Mathématiques

Module 1 Section numéro 3

Comment résoudre les problèmes numériques

- 1 Il existe plusieurs solutions à un même problème : aider les élèves à réfléchir et à verbaliser leurs réponses
- 2 Identifier les caractéristiques profondes et les caractéristiques superficielles de problèmes de mathématiques
- 3 Réfléchir à ce qui rend les problèmes faciles ou difficiles



TESSA (Teacher Education in Sub-Saharan Africa ou Éducation et formation des enseignants en Afrique subsaharienne) vise à améliorer les pratiques pédagogiques des enseignants du primaire et des professeurs de sciences du secondaire en mettant à leur disposition des ressources éducatives libres (REL) pour les aider à développer des approches participatives centrées sur l'élève. Les

REL TESSA constituent pour les enseignants un compagnon du manuel scolaire. Elles proposent des activités que les enseignants essaient dans leurs classes avec leurs élèves, ainsi que des études de cas montrant comment d'autres enseignants ont enseigné le sujet considéré, et des ressources supplémentaires pour aider les enseignants à développer leurs fiches de leçon et leur connaissance de la discipline.

Les REL TESSA sont le résultat d'un travail d'écriture collaboratif par des auteurs africains et internationaux pour aborder les programmes scolaires et les contextes de différents pays d'Afrique. Elles sont disponibles pour une utilisation en ligne et sur papier (<http://www.tessafrica.net>). Les REL pour les enseignants du primaire sont disponibles en plusieurs langues (anglais, français, arabe et swahili) et en plusieurs versions. Initialement elles ont été produites en anglais et adaptées aux contextes de divers pays d'Afrique. Les partenaires TESSA les ont adaptées pour l'Afrique du Sud, le Ghana, le Kenya, le Nigeria, l'Ouganda, le Rwanda, la Tanzanie et la Zambie, et traduit et adapté par des partenaires au Soudan (arabe), Togo (français) et en Tanzanie (swahili). Les REL pour les sciences dans le secondaire sont disponibles en anglais et ont été adaptés pour le Kenya, l'Ouganda, la Tanzanie et la Zambie. Nous recherchons et apprécions les commentaires de ceux qui lisent et utilisent ces ressources. La licence Creative Commons permet aux utilisateurs d'adapter et localiser le REL pour répondre aux besoins et aux contextes locaux.

TESSA est dirigé par l'Open University du Royaume-Uni, et actuellement financé par des subventions de la Fondation Allan and Nesta Ferguson, de la Fondation William et Flora Hewlett et des alumni de l'Open University. Une liste complète des bailleurs de fonds est disponible sur le site Web TESSA (<http://www.tessafrica.net>).

En plus des ressources pédagogiques pour soutenir l'enseignement dans des disciplines spécifiques, TESSA offre une sélection de ressources supplémentaires, y compris audio, des ressources clés qui décrivent des techniques pédagogiques spécifiques, des guides d'utilisation et des boîtes à outils.



TESSA Programme
The Open University
Walton Hall
Milton Keynes, MK7 6AA
United Kingdom
tessa@open.ac.uk

À l'exception des matériels produits par un tiers et d'indication contraire, ce contenu est mis à disposition sous un contrat Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 licence: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>. Tous les efforts ont été faits pour communiquer avec les détenteurs de droits d'auteur. Nous serons heureux d'inclure toute reconnaissance nécessaire à la première occasion.

TESSA_FrTO_NUM_M1, S3 May 2016



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 License

Table des matières

- Section numéro 3 : Comment résoudre les problèmes numériques
 - 1. Il existe plusieurs solutions à un même problème : aider les élèves à réfléchir et à verbaliser leurs réponses
 - 2. Identifier les caractéristiques profondes et les caractéristiques superficielles de problèmes de mathématiques
 - 3. Réfléchir à ce qui rend les problèmes faciles ou difficiles
 - Ressource 1 : Pourquoi la résolution des problèmes est importante
 - Ressource 2 : Manières d'aider les élèves à résoudre des problèmes

Section numéro 3 : Comment résoudre les problèmes numériques

Question clé: Comment pouvez-vous développer les aptitudes de résolution de problèmes des élèves en utilisant des problèmes numériques ?

Mots clés: métacognition ; différenciation ; tâches ; créativité ; « réfléchir à la réflexion » ; résolution de problèmes ; nombre

Résultats de l'apprentissage

À la fin de cette section, vous aurez :

- utilisé des stratégies pour explorer les moyens employés par les élèves pour résoudre des problèmes mathématiques ;
- fait la distinction entre les caractéristiques profondes et superficielles des problèmes mathématiques ;
- utilisé des techniques pour développer la « réflexion sur la réflexion » chez vos élèves.

Introduction

La résolution de problèmes est une manière intéressante de développer la réflexion mathématique de vos élèves. Les élèves doivent réfléchir aux calculs devant être faits avant de pouvoir trouver la réponse. Ils doivent donc trier les informations fournies pour définir les éléments dont ils ont besoin pour trouver la réponse et pour trouver la méthode à utiliser.

Ceci les aidera à exprimer leur réflexion mathématique et à comprendre et reconnaître les caractéristiques profondes d'un problème mathématique. Il vous sera peut-être utile de réfléchir aux raisons pour lesquelles la résolution des problèmes est importante. Certaines raisons sont fournies dans la **Ressource 1 : Pourquoi la résolution des problèmes est importante.**

1. Il existe plusieurs solutions à un même problème : aider les élèves à réfléchir et à verbaliser leurs réponses

« Réfléchir sur la réflexion » ou métacognition est un moyen puissant pour aider les élèves à comprendre et reconnaître les caractéristiques « profondes » de types de problèmes particuliers et à identifier la manière de résoudre de tels problèmes.

La première étape de cette réflexion est de donner aux élèves l'opportunité de parler des problèmes qu'ils tentent de résoudre et des méthodes qu'ils emploient pour tenter de les résoudre. Lorsque les élèves expliquent leur réflexion, il faut les écouter et ne pas rejeter leurs idées.

Il existe de nombreuses manières différentes de résoudre les problèmes mathématiques (voir la [Ressource 1](#)). Vous serez peut-être surpris du nombre de moyens identifiés par les élèves auxquels vous n'attendiez pas.

Étude de cas 1 : Ecouter la voix des élèves en mathématiques

Nèmè au Togo rappelle à ses élèves que lorsqu'ils rentrent chez eux après l'école, il n'existe pas qu'un seul chemin : il y a de nombreux chemins possibles. Certains sont plus courts, d'autres plus longs, certains plus sûrs, d'autres plus intéressants. Elle leur dit que c'est la même chose pour les problèmes mathématiques – il y a souvent plus d'une manière d'arriver à la bonne réponse et il est peut-être intéressant d'examiner les différentes manières.

Nèmè écrit les questions suivantes au tableau :

1. Djif a 24 pierres. Il donne 9 pierres à un ami. Combien lui reste-t-il de pierres ?
2. Rafiatou mange 7 bonbons chaque jour. Elle a 42 bonbons. Combien de jours vont durer ses bonbons ?
3. L'institutrice achète 25 paquets de crayons. Il y a 12 crayons dans chaque paquet. Combien de crayons a-t-elle ?

Elle demande ensuite aux élèves de répondre aux questions en utilisant la méthode de leur choix. Elle donne aux élèves dix minutes pour répondre aux questions. Elle vérifie leurs réponses puis demande à un ou deux d'entre eux d'expliquer comment ils sont arrivés à chaque réponse.

Nèmè répertorie ces méthodes pour trouver les réponses et note les méthodes les plus utilisées. Elle rappelle à ses élèves les différents chemins pour rentrer de l'école.

Activité 1 : Aider les élèves à réfléchir

Essayez cette activité vous-même d'abord, de préférence avec deux collègues ou plus. Essayez-la ensuite avec vos élèves.

- Demandez à vos élèves d'essayer de répondre aux trois questions de Nèmè en travaillant individuellement.
- Répartissez la classe en groupes de quatre ou cinq élèves et demandez-leur d'expliquer soigneusement chacun à leur tour entre eux comment ils ont obtenu leurs réponses.
- Demandez ensuite aux groupes de dresser une liste des stratégies utilisées puis posez ces questions :
 - Aviez-vous tous la même réponse ?
 - Y êtes-vous arrivés de la même manière ?
- Combien de manières différentes votre groupe peut-il trouver pour arriver à la réponse correcte à chaque question ?
- Ecrivez-les au tableau.

Expliquez à vos élèves qu'il est important d'essayer différentes manières de résoudre des problèmes afin d'aider leur réflexion mathématique.

2. Identifier les caractéristiques profondes et les caractéristiques superficielles de problèmes de mathématiques

Toute tâche ou problème mathématique que vous posez à vos élèves contient des caractéristiques « profondes » - celles qui définissent la nature de la tâche, et des stratégies qui peuvent faciliter sa résolution.

Pratiquement tous les problèmes mathématiques possèdent ces caractéristiques profondes, recouvertes d'un ensemble spécifique de caractéristiques superficielles. En tant qu'enseignant, vous devez aider vos élèves à comprendre que lorsqu'ils ont reconnu les caractéristiques superficielles, leur changement n'a aucune influence sur la manière de résoudre le problème. Les stratégies de résolution d'un problème restent les mêmes. (Voir la [Ressource 2 : manières d'aider les élèves à résoudre des problèmes.](#))

Étude de cas 2: L'essence du problème

Eméfa Adjavon écrit ce problème au tableau :

Dans une famille, il y a deux enfants : Mendièb a 8 ans et Kékéli a 4 ans. Quel est l'âge moyen des enfants ?

Certains élèves veulent immédiatement répondre à la question mais Eméfa leur dit qu'avant de chercher la réponse elle veut qu'ils examinent soigneusement la question – le type de question. Y a-t-il quelque chose qu'elle pourrait changer sans que cela change le résultat ?

Certains élèves s'aperçoivent qu'on peut changer le nom des enfants sans changer le résultat. Eméfa les félicite.

Elle écrit une opération simple au tableau ($1+1=2$) puis dit « Si je change les nombres » (elle écrit alors $2+5=7$) « ce n'est pas la même opération mais c'est toujours le même type d'opération. Dans notre question sur la moyenne, qu'est-ce que nous pourrions changer sans modifier le type d'opération ? »

Certains élèves suggèrent qu'ils peuvent changer l'âge des enfants et les noms.

Eméfa leur demande alors : « Est-ce que ce serait un type d'opération différent si nous parlions de vaches au lieu d'enfants ? »

Ils continuent à dialoguer ainsi jusqu'à ce qu'ils s'aperçoivent qu'ils peuvent changer la chose considérée, le nombre et la propriété des choses comptées, tout cela sans changer le type d'opération réalisé.

Les élèves commencent alors à créer et à répondre à autant d'exemples différents de ce type d'opération qu'ils peuvent imaginer.

Activité 2: Qu'est-ce qui peut changer ? Qu'est-ce qui doit rester identique ?

Essayez d'abord cette activité vous-même.

- Ecrivez la question suivante au tableau noir :

M. Aziati construit un mur en blocs de ciment d'un côté de son terrain pour empêcher les chèvres d'y rentrer. Son mur fait 10 blocs de haut et 20 blocs de long. Combien de blocs lui faudra-t-il au total ?

- Demandez à votre classe de résoudre le problème.
- Vérifiez la réponse.
- Demandez ensuite à vos élèves, en groupes de quatre ou cinq, de discuter ensemble de la réponse et de chercher ce que l'on pourrait changer dans le problème tout en le gardant essentiellement similaire, pour pouvoir le résoudre de la même manière.
- Demandez au groupe de créer un autre exemple, essentiellement le même, pour ne pas changer la tâche de base.
- Echangez le problème d'un groupe avec celui d'un autre et demandez au nouveau groupe de trouver la solution.
- Doivent-ils résoudre ce nouveau problème de la même manière ?

3. Réfléchir à ce qui rend les problèmes faciles ou difficiles

La résolution des problèmes peut être adaptée pour que chaque élève participe. Par exemple, tous les élèves peuvent parler des aspects qui rendent un problème facile ou difficile à résoudre. Ce sont parfois les variations des caractéristiques superficielles – par exemple l'utilisation de grands nombres, de décimales ou de fractions au lieu de petits nombres entiers – qui rendent un problème plus difficile à résoudre.

Parfois, la mise d'une question dans un « contexte » facilite la résolution, mais dans d'autres cas cela peut distraire les élèves des caractéristiques profondes du problème et les empêcher de voir aussi facilement la manière de le résoudre.

Lorsque les élèves commencent à identifier les caractéristiques profondes d'un problème, ils commencent aussi à « voir au-delà » des caractéristiques superficielles et reconnaissent la tâche sous-jacente. Les élèves peuvent alors s'attaquer avec assurance à toute tâche comportant les mêmes caractéristiques profondes. Voir la [Ressource 2](#) pour les facteurs importants que vous devez prendre en compte lorsque vous donnez et solutionnez des problèmes avec votre classe.

Étude de cas 3: Augmenter la facilité, augmenter la difficulté

Ablavi travaille avec ses élèves sur le thème de la division.

Elle écrit trois problèmes de division au tableau :

1. Aboè a 12 oranges et 3 enfants. S'il partage les oranges de manière égale, combien d'oranges recevra chaque enfant ?
2. Divisez 117 par 3.
3. Kafui a 312 francs pour aller au travail. Elle dépense 52 francs par jour pour le taxi. Un jour, il ne lui reste pas assez d'argent pour le taxi. Combien de jours est-elle allée travailler ? Le jour où elle n'a pas assez d'argent, combien d'argent de plus lui faut-il pour le taxi ce jour là ?

Elle demande à ses élèves, en groupes de quatre, d'essayer de résoudre ces problèmes ensemble.

Dix minutes plus tard, Ablavi demande à ses élèves quels étaient les problèmes plus faciles ou plus difficiles à résoudre. Ensemble, ils font deux listes au tableau – « les choses qui rendent les problèmes difficiles » et « les choses qui rendent les problèmes faciles ».

Ablavi demande aux groupes de trouver combien de manières différentes ils peuvent utiliser pour résoudre les problèmes. Elle annonce qu'elle récompensera le groupe qui trouvera le plus de manières différentes en affichant un certificat « champions en maths » avec leur nom sur le mur de la classe.

Activité clé : Les élèves créent leurs propres tâches

- Avec votre classe, faites une liste au tableau des « choses qui rendent les problèmes difficiles » et des « choses qui rendent les problèmes faciles ».
- Demandez à vos élèves, en groupes, de créer trois questions. Ils doivent créer une question facile, une question plus difficile et une question très difficile.
- Dix minutes plus tard, demandez aux groupes d'échanger les problèmes qu'ils viennent de créer avec un autre groupe et de résoudre les questions que l'autre groupe leur a données.
- Demandez aux groupes de vous présenter leurs conclusions. Les questions « très difficiles » étaient-elles vraiment bien plus difficiles que les questions « faciles » ? Qu'est-ce qui rend les questions difficiles ou faciles ? Revenez sur les listes écrites au tableau – y a-t-il des choses que les élèves veulent changer ou ajouter maintenant à propos de ce qui rend les problèmes difficiles ou faciles ?
- Demandez-leur, comme devoirs à la maison, de créer des problèmes liés à leur communauté locale, par exemple le nombre d'arbres, le prix d'un taxi.
- Le lendemain, partagez-les en classe et demandez aux élèves de les résoudre.

Ressource 1 : Pourquoi la résolution des problèmes est importante



Information préliminaire ou connaissance du sujet

La résolution des problèmes :

- rend les leçons de mathématiques plus agréables et intéressantes ;
- aide les élèves à prendre confiance en leurs propres aptitudes mathématiques ;
- aide les élèves à voir qu'il existe une interaction entre les mathématiques et la vie quotidienne ;
- aide les élèves à apprécier l'apprentissage des mathématiques ;
- améliore les aptitudes de communication en mathématiques ;
- développe le processus de création et d'essai d'hypothèses ;
- développe la réflexion abstraite.

Stratégies pour résoudre les problèmes

- Dessiner une image ou un diagramme.
- Faire un tableau.
- Faire une liste.
- Rechercher une structure.
- Deviner et vérifier.
- Enoncer le problème d'une autre manière.
- Examiner toutes les possibilités de manière systématique.
- Travailler à l'envers.
- Résoudre un problème plus simple avec moins de variables.
- Explorer le rôle de chaque variable une par une en fixant les autres.
- Explorer les problèmes similaires précédents.
- Rechercher les caractéristiques « profondes ».

Ressource 2 : Manières d'aider les élèves à résoudre des problèmes



Information préliminaire ou connaissance du sujet

Vous pouvez aider vos élèves à prendre confiance en eux pour résoudre des problèmes en les aidant à comprendre l'importance des éléments suivants :

- lire le problème soigneusement pour identifier les parties importantes ;
- identifier les caractéristiques « profondes » d'un problème ;
- décider quels sont les éléments exacts qui entrent en jeu ;
- discuter et partager différentes méthodes pour résoudre le problème ;
- essayer différentes idées ;
- travailler seul et avec d'autres ;
- être prêt à recommencer en cas d'erreur ;
- vérifier son travail ;
- demander de l'aide à d'autres élèves ou à l'enseignant quand c'est nécessaire.

Vous pouvez aussi aider vos élèves à prendre confiance en eux pour résoudre des problèmes en :

- utilisant des contextes qui intéressent les élèves lorsque vous créez des problèmes ;
- créant un environnement de classe favorable, pour leur permettre de partager des idées sans craindre qu'on se moque d'eux.

[Retour à la page Mathématiques](#)

